

Étude numérique des conditions d'émission sur un écoulement de type jet plan turbulent isotherme ou chauffé

Hatem Mhiri^a, Sabra Habli^a, Salem El Golli^a, Georges Le Palec^{b*}, Philippe Bournot^b

^a École nationale d'ingénieurs de Monastir, route de Ouardanine, 5000 Monastir, Tunisie

^b Institut de mécanique de Marseille, 60, rue Joliot-Curie, Technopôle de Château-Gombert, 13453 Marseille cedex 13, France

(Reçu le 15 octobre 1998, accepté le 24 mars 1999)

Abridged English version at the end of the text

Abstract — Numerical study of inflow conditions on a turbulent isothermal or heated plane jet. We intend to solve equations governing turbulent plane-vertical isotherm and non isotherm jets by taking into account inflow conditions at the exit of the nozzle. The analysis is focused on the influence of these conditions on this type of flow. Two cases are considered (uniform and parabolic velocity and temperature profiles). A finite difference scheme is developed to solve the governing equations. This numeric model allows us to show that the region of fully developed regime begins much nearer the nozzle for the turbulent case than for the laminar flow case. Indeed, the turbulence increases the mixing between the incoming gas from the nozzle and the ambient fluid, and consequently the size of the potential core zone decreases. The results are compared to other works introducing mathematical variables based on the energy conservation for the case of the mixed convection and the momentum conservation for the forced convection, which allows the validation of our results. © 1999 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS.

plane jet / turbulent / $k-\varepsilon$ model / plume zone / fully developed flow

Résumé — On se propose d'effectuer la résolution des équations régissant un jet plan vertical turbulent, isotherme et non isotherme, en tenant compte des conditions d'émission à la sortie de la buse, afin d'étudier l'influence de ces dernières sur ce type d'écoulement. Deux cas sont considérés (profils de vitesse et de température uniformes ou paraboliques). Une méthode numérique aux différences finies a été développée pour la résolution d'un modèle de cet écoulement. Il a permis de montrer que la région du régime établi commençait beaucoup plus près de la buse en régime turbulent qu'en régime laminaire, résultat prévisible, puisque la turbulence a tendance à augmenter le mélange et donc à diminuer la taille de la zone du noyau potentiel. Les résultats obtenus sont comparés à d'autres travaux, considérant un changement de variables basé sur la conservation de l'énergie, pour le cas de la convection mixte, et sur la conservation de la quantité de mouvement, pour le cas de la convection forcée. Ceci permet de valider nos résultats. © 1999 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS.

jet plan / turbulence / modèle $k-\varepsilon$ / région de panache / régime établi

Nomenclature		u', v'	composantes de la vitesse fluctuante selon les directions longitudinale et transversale, respectivement.....	$m \cdot s^{-1}$
b_u, b_θ	demi-épaisseurs dynamique et thermique correspondant respectivement aux coordonnées $\frac{u_c}{2}$ et $\frac{\Delta T_c}{2}$	w	épaisseur de la buse.....	m
g	accélération de la gravité.....	x, y	coordonnées longitudinale et transversale	m
k	énergie cinétique de turbulence.....	Fr	nombre de Froude, $Fr = \frac{u_0^2}{\rho \beta \Delta T_0 w}$	
u, v	composantes moyenne de la vitesse, respectivement selon les directions longitudinale x et transversale y	L	largeur de la buse.....	m
		T	température moyenne du jet, $\Delta T = T - T_\infty$	K
		T'	fluctuation de la température.....	K

* Correspondance et tirés à part.

Symboles grecs

β coefficient de dilatation thermique..... K^{-1}

ε	taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence.....	$m^2 \cdot s^{-3}$
ν_t	viscosité turbulente.....	$m^2 \cdot s^{-1}$
ρ	masse volumique.....	$kg \cdot m^{-3}$
σ_t	nombre de Prandtl turbulent	

Indices

∞	milieu ambiant
0	à la sortie de la buse
c	sur l'axe du jet
m	valeur maximale
l	limite

1. INTRODUCTION

Les écoulements de type jet jouent un rôle important dans différentes applications et notamment dans le secteur industriel. Pendant plus d'un siècle, la théorie des jets turbulents et leurs applications pratiques ont attiré l'attention des spécialistes de divers domaines de recherche comme la météorologie, l'océanologie, etc.

La détermination des caractéristiques dynamiques et thermiques des jets turbulents est un problème très compliqué, tant du point de vue de la procédure et de la technique expérimentale [1-5] que de la possibilité d'une solution théorique du problème. Pourtant, la compréhension et la prédiction des lois qui gouvernent le transfert de chaleur dans ce type d'écoulement nous permettent non seulement de déterminer ses caractéristiques moyennes, mais aussi de contrôler le processus lui-même [6].

Le développement de l'informatique entre les années 1970 et 1980 a permis aux chercheurs de développer différents modèles de la turbulence [7-9]. Les résultats des calculs obtenus pour des écoulements de type jet plan sont en général en bon accord avec les résultats expérimentaux de la littérature.

Pour un jet isotherme, on n'observe pas de grandes différences entre les champs de vitesse calculés par les modèles de premier et de second ordre ; cependant, il existe une anisotropie dans les fluctuations de vitesse, qui ne peut être calculée que par le modèle du second ordre [10]. Ainsi, le modèle $k-\varepsilon$ est suffisant pour calculer les flux scalaires quand le fluide est supposé incompressible. Dans le cas contraire, un modèle de second ordre est nécessaire [11]. On note cependant que dans la majorité des études numériques des jets, ce modèle est le plus utilisé, car il combine une résolution relativement simple avec une représentation physique satisfaisante.

À titre d'exemple, on note que Prokhodko [12] a utilisé le modèle $k-\varepsilon$ standard pour calculer séparément les caractéristiques d'un jet turbulent dans la région du jet et dans la région de panache. Sini et al. [13] ont ensuite montré que l'utilisation d'une valeur constante de $c_\mu = 0,09$ (modèle standard) donne des résultats

satisfaisants dans la région du jet (près de la buse), mais pas dans la région de panache, où les forces de flottabilité sont prépondérantes : la vitesse au centre est surestimée d'environ 20 %. Sini et al. [13] ont donc proposé une relation reliant le coefficient c_μ au nombre de Froude. Cette dernière s'est avérée efficace pour prédire les caractéristiques moyennes et turbulentes d'un jet non isotherme. Des travaux proposés par Martynenko et al. [14, 15] ont suggéré des solutions au problème en adoptant un changement de variables basé sur la conservation de la quantité d'énergie pour le cas de la convection mixte [14] ou bien sur la conservation de la quantité de mouvement pour le cas de la convection forcée [15], le modèle de turbulence utilisé étant le modèle $k-\varepsilon$. Ce changement de variables leur permet de passer d'un domaine infini à un domaine semi-infini. Cependant, il limite le choix des conditions à la sortie de la buse à des profils uniformes. Or, ces conditions sont importantes dans la région du jet ; elles dépendent de la nature et de la géométrie de la buse : il nous paraît donc intéressant d'examiner dans quelle mesure ces dernières peuvent affecter les paramètres de l'écoulement.

Ainsi, ce travail est relatif à une résolution directe des équations régissant un écoulement de type jet plan vertical isotherme et non isotherme en régime turbulent. L'avantage de la résolution directe est de pouvoir considérer différents types de conditions d'émission à la sortie de la buse et de déterminer l'influence de ces dernières sur l'écoulement.

2. ÉQUATIONS ET MÉTHODES NUMÉRIQUES

2.1. Hypothèses

On considère (*figure 1*) un jet issu d'une buse rectangulaire dont les dimensions sont petites vis-à-vis du milieu ambiant dans lequel débouche l'écoulement. Les forces de frottement sont supposées faibles par rapport aux forces d'inertie. Le jet et le milieu ambiant sont constitués du même fluide. Les écoulements sont supposés être de type couche limite.

La largeur de la buse est supposée grande devant son épaisseur w , afin que les effets de bord aient une influence négligeable : le problème est alors bidimensionnel, la deuxième composante de vitesse transverse étant toujours supposée nulle.

La masse volumique du fluide varie linéairement avec la température dans le terme contenant la force de flottabilité ; elle est considérée constante ailleurs, selon l'hypothèse de Boussinesq. Enfin, l'écoulement est supposé turbulent pleinement développé et à fort nombre de Reynolds.

2.2. Mise en équations

Soient u et v les composantes longitudinale et transversale moyennes de la vitesse. Si l'on suppose

nulles les variations axiales de pression, les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie écrites dans le cadre des hypothèses précédemment citées et en régime permanent sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial(-u'v')}{\partial y} \pm \gamma g \beta \Delta T \quad (1) \\ \rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) &= \frac{\partial(-v'T')}{\partial y} \end{aligned}$$

γ peut être égal à 0 ou 1. Pour $\gamma = 0$, les deux premières équations forment les jets plans isothermes. En revanche, lorsque $\gamma = 1$, le signe + représente le cas d'un jet chaud ascendant ou froid descendant, alors que le signe - représente celui d'un jet chaud descendant ou froid ascendant. Ces équations sont écrites dans un système de coordonnées tel que l'origine des axes se trouve au milieu de la section de sortie de la buse (figure 1).

Le système d'équations (1) n'est pas fermé et sa résolution nécessite l'utilisation d'un modèle de turbulence. Dans notre travail, on utilise le modèle de l'énergie cinétique turbulente k et du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ε , dit modèle $k-\varepsilon$. Ces grandeurs sont données par le système d'équations (2) :

$$\begin{aligned} u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} &= \frac{1}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial k}{\partial y} \right) + v_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \varepsilon \\ u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} &= \frac{1}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + c_{\varepsilon 1} v_t \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (2)$$

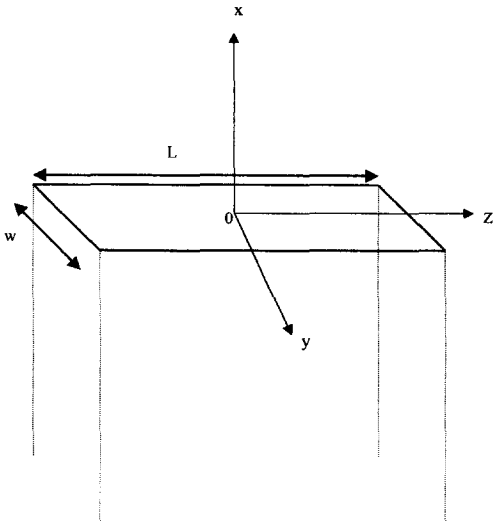


Figure 1. Représentation schématique de la buse d'injection.
Figure 1. Schematic representation of the injector.

Les relations de Kolmogorov-Prandtl sont aussi utilisées :

$$\overline{u'v'} = -v_t \frac{\partial u}{\partial y}, \overline{v'T'} = -\frac{v_t}{\sigma_t} \frac{\partial T}{\partial y}, v_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3)$$

Les systèmes d'équations (1) à (3) nécessitent l'utilisation de six coefficients, $c_\mu, \sigma_k, \sigma_\varepsilon, \sigma_t, c_{\varepsilon 1}, c_{\varepsilon 2}$. Ce sont des valeurs standard déterminées à partir de l'expérience [4] :

$$\sigma_k = 1,0; \quad \sigma_\varepsilon = 1,3; \quad \sigma_t = 1; \quad c_{\varepsilon 1} = 1,44; \quad c_{\varepsilon 2} = 1,92$$

Le coefficient c_μ est une fonction empirique du nombre de Froude [13] :

$$c_\mu = 0,09 \left[1 + \frac{4}{9} \left[1 + \tanh \left(2 \log \frac{1}{Fr} + 3 \right) \right] \right]$$

On notera que, en l'absence des forces d'Archimède ($Fr = \infty$), $c_\mu = 0,09$ et le modèle est réduit au modèle standard.

Pour compléter le problème, il faut également tenir compte des conditions aux limites suivantes :

$$x > 0 : \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial y} = 0, v = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \frac{\partial k}{\partial y} = 0, \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0 & \text{lorsque } y = 0 \\ u \rightarrow 0, T \rightarrow T_\infty, k \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0 & \text{lorsque } y \rightarrow \infty \end{cases} \quad (4)$$

Le problème du jet ne peut être résolu qu'en ajoutant les conditions d'émission à la sortie de la buse. Or, dans les travaux récents effectués sur ce type d'écoulement [14, 15], les auteurs n'ont considéré que des conditions d'émission uniformes, le changement de variables adopté ne leur permettant pas d'examiner d'autres profils d'émission.

Dans ce travail, les systèmes d'équations (1) à (3) sont résolus directement : cette procédure présente l'avantage de considérer différents types de conditions d'émission à la sortie de la buse (uniforme ou parabolique dans ce travail) et d'étudier l'influence de ces dernières sur l'écoulement.

2.3. Équations adimensionnées

Afin de mettre notre système d'équations sous forme adimensionnelle, on pose les variables suivantes :

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{w}; \quad Y = \frac{y}{w}; \quad U = \frac{u}{u_0}; \quad V = \frac{v}{u_0}; \quad K = \frac{k}{u_0^2}; \\ E &= \frac{\varepsilon w}{u_0^3}; \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}; \quad \nu_T = c_\mu \frac{K^2}{E} \end{aligned}$$

Les systèmes d'équations (1) à (3) deviennent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} &= 0 \\ U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} &= \frac{\partial}{\partial Y} \left(\nu_T \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{1}{Fr} \theta \quad (5) \\ U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} &= \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_t} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \\ U \frac{\partial K}{\partial X} + V \frac{\partial K}{\partial Y} &= \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial K}{\partial Y} \right) \\ &+ \nu_T \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2 - E \\ U \frac{\partial E}{\partial X} + V \frac{\partial E}{\partial Y} &= \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial E}{\partial Y} \right) \\ &+ c_{\epsilon 1} \nu_T \frac{E}{K} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2 - c_{\epsilon 2} \frac{E^2}{K} \quad (6) \end{aligned}$$

Les conditions aux limites s'écrivent alors sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\text{Pour } X = 0 : \begin{cases} \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial K}{\partial Y} = \frac{\partial E}{\partial Y} = 0, V = 0 & \text{pour } Y = 0 \\ U \rightarrow 0, \theta \rightarrow 0, K \rightarrow 0, E \rightarrow 0 & \text{pour } Y \rightarrow \infty \end{cases} \quad (7)$$

Les conditions à la sortie de la buse adimensionnées adoptées dans ce travail sont les suivantes.

Pour $X = 0$:

i) si $0 \leq Y < 0,5$:

$$\begin{cases} \text{Profil uniforme} \\ U = U_0, \theta = \theta_0, V = 0, K = 0,02, E = 0,016 \\ \text{Profil parabolique} \\ U = \sqrt{\frac{15}{8}} [1 - 4Y^2]; V = 0 \\ \theta = \sqrt{\frac{15}{8}} [1 - 4Y^2] \\ K = 0,02, E = 0,016 \end{cases}$$

ii) si $Y \geq 0,5$ $U \rightarrow 0, V \rightarrow 0, \theta \rightarrow 0, K \rightarrow 0, E \rightarrow 0$

Les constantes figurant dans les profils paraboliques sont choisies de façon à avoir des quantités de mouvement et d'énergie déchargées par la buse égales au cas uniforme.

Pour des nombres de Reynolds élevés, il est pratiquement impossible d'avoir un profil parfaitement parabolique à la sortie de la buse, mais le choix de ce dernier comme condition initiale a été motivé par le fait qu'avec

le profil initial uniforme, il constitue un cas limite, puisque tous les profils expérimentaux sont situés entre ces deux extrêmes.

Deux profils en 1/7 seront donc considérés par la suite pour examiner l'influence de l'allure du profil d'émission sur l'écoulement.

Les valeurs de K et de E à la sortie de la buse pour le profil initial uniforme correspondent aux valeurs expérimentales de [1, 2]. Pour le cas parabolique, le profil initial de turbulence devrait normalement être différent de celui correspondant au cas uniforme. Nous prenons, dans un premier temps, les mêmes valeurs de K_0 et E_0 pour les deux conditions d'émission à la sortie de la buse, afin d'analyser l'effet de ces dernières sur l'écoulement. L'influence du niveau initial de turbulence sera ensuite analysée en considérant d'autres valeurs de K_0 et E_0 .

2.4. Méthode de résolution numérique

Dans ce travail, nous avons utilisé une méthode aux différences finies, avec un maillage décalé : les équations de quantité de mouvement, d'énergie, de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente sont discrétisées aux nœuds $(i, j + 1/2)$ alors que l'équation de continuité est discrétisée au nœud $(i + 1/2, j + 1/2)$. Cette méthode, utilisée dans un travail antérieur [16], a été adoptée pour des raisons de stabilité numérique par rapport au maillage non décalé.

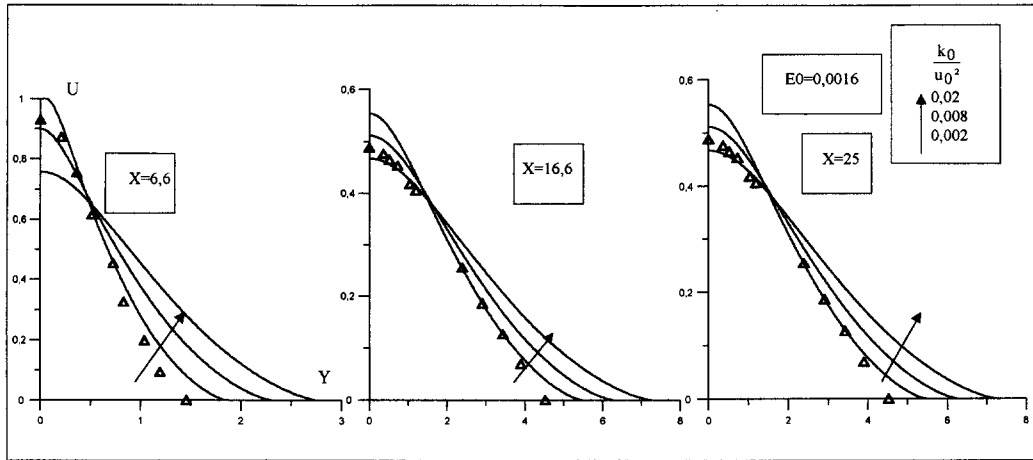
Le maillage utilisé est non uniforme suivant X . En effet, le pas est pris très fin au voisinage de la buse ($\Delta X_1 = 10^{-4}$ pour $0 \leq X \leq 1$) ; un peu plus loin, on augmente le pas de calcul ($\Delta X_2 = 10^{-3}$ pour $1 < X \leq 10$), puis, pour pouvoir aller plus loin dans le jet, on adopte un pas encore plus grand ($\Delta X_3 = 10^{-2}$ pour $X > 10$). Dans la direction transversale, le maillage utilisé est uniforme, le pas de calcul est constant ($\Delta Y = 0,01$) et sa valeur impose un nombre de points N dans cette direction pour que le jet ne soit pas coupé. La distance $Y_\infty = (N - 1) \Delta Y$ dans le cas du jet, isotherme et en convection forcée est de l'ordre de 34. Dans le cas du jet en régime de convection mixte ($Fr = 20$), elle est de l'ordre de 28.

La convergence de la solution globale obtenue avec cette méthode est considérée atteinte lorsque le changement relatif de U lors de deux itérations successives est inférieur à 10^{-5} pour chaque nœud du domaine.

3. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

3.1. Jet plan libre isotherme en régime turbulent

Le code de calcul élaboré permet de déterminer les caractéristiques moyennes et turbulentes d'un jet



△ Profil expérimental [17]

Figure 2. Évolution radiale de la vitesse longitudinale U .

Figure 2. Radial evolution of the longitudinal velocity.

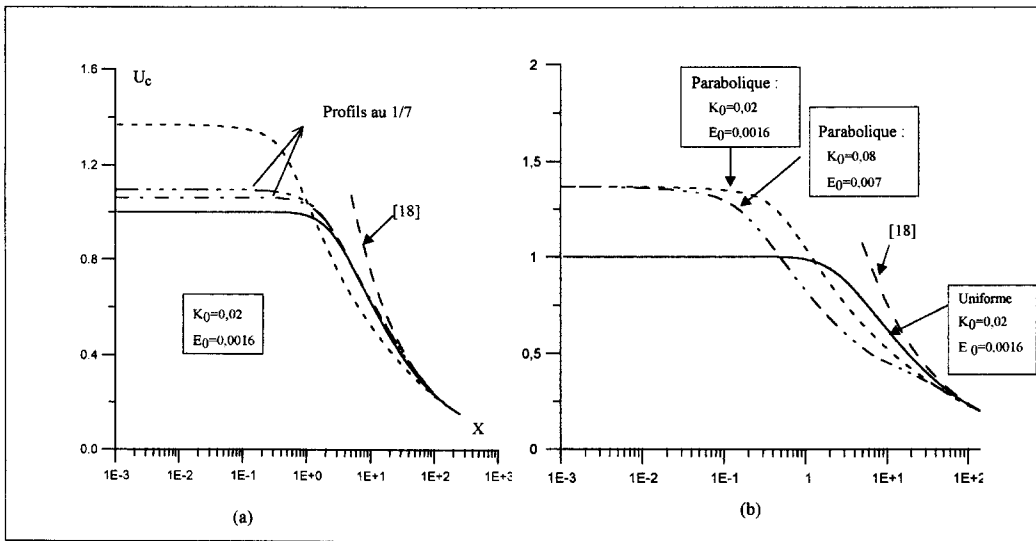


Figure 3. Évolution de la vitesse verticale au centre U_c .

Figure 3. Evolution of the centerline velocity U_c .

plan isotherme en régime turbulent. Les résultats sont obtenus pour des profils différents à la section de sortie de la buse.

En ce qui concerne la vitesse verticale U (figure 2), nos résultats sont présentés et comparés aux profils expérimentaux obtenus par Förthmann [17], pour différentes hauteurs X et pour différentes valeurs de K_0 .

On remarque que les profils ont des allures gaussiennes qui s'aplatissent de plus en plus avec la distance X , l'augmentation du niveau initial de turbulence engendre une plus grande expansion du jet, accompagnée

d'une diminution de la vitesse sur l'axe. On constate sur cette figure que nos résultats sont en bon accord avec les résultats expérimentaux pour une valeur de $K_0 = 0,002$.

Les profils de la vitesse verticale au centre U_c sont représentés sur la figure 3, en pointillés pour le profil parabolique, en trait plein pour le profil uniforme et pour $K_0 = 0,02$ et $E_0 = 0,0016$: on remarque que, pour les différents profils initiaux adoptés, cette grandeur reste constante dans une région proche de la buse, correspondant à la zone du noyau potentiel. En dehors de cette zone, la vitesse au centre décroît avec la hauteur X .

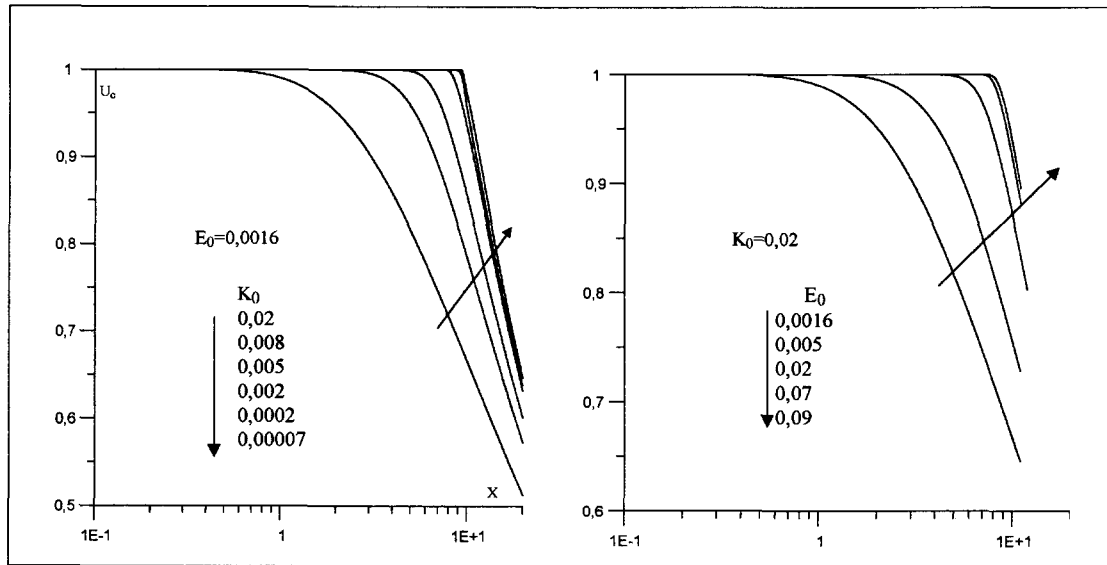


Figure 4. Longueur du cône potentiel.

Figure 4. The potential core length.

Sur la *figure 3a*, nous avons aussi représenté les résultats obtenus pour deux profils en $1/7$, le premier étant obtenu en supposant que la vitesse est constante sur la moitié de la buse :

- pour $X = 0$

$$\begin{cases} 0 \leq Y \leq \frac{1}{4} & U = \sqrt{\frac{9}{8}} \\ \frac{1}{4} < Y \leq \frac{1}{2} & U = \sqrt{\frac{9}{8}} \left[4 \left(\frac{1}{2} - Y \right) \right]^{1/7} \end{cases}$$

Le second suppose une vitesse uniforme uniquement sur le quart de la buse :

- pour $X = 0$

$$\begin{cases} 0 \leq Y \leq \frac{1}{8} & U = \sqrt{\frac{36}{40}} \\ \frac{1}{8} < Y \leq \frac{1}{2} & U = \sqrt{\frac{36}{40}} \left[\frac{8}{3} \left(\frac{1}{2} - Y \right) \right]^{1/7} \end{cases}$$

Pour les deux profils en $1/7$, la longueur du cône potentiel est légèrement inférieure à celle obtenue avec un profil initial uniforme, cette différence s'accompagnant d'une augmentation de la zone de transition. Le régime établi est atteint pour tous les profils d'émission à la même distance de la buse. Tous les profils expérimentaux sont situés entre les deux cas extrêmes (uniforme et parabolique) : c'est la raison pour laquelle nous considérons ces derniers dans la suite de ce travail.

Le niveau initial de turbulence étant différent pour un profil initial uniforme de celui parabolique, nous

avons présenté, sur la *figure 3b*, les résultats obtenus en considérant pour le profil parabolique d'autres valeurs de K_0 et E_0 .

Nous constatons que l'écart entre les résultats obtenus est surtout observé dans la zone de transition, le régime établi étant toujours atteint à la même distance de la buse.

On constate aussi que, pour les faibles distances X , il existe une différence entre les résultats obtenus pour les différentes conditions d'émission adoptées. En revanche, il y a une concordance parfaite entre ces résultats dans la zone du jet établi.

Schlichting [18] a proposé une corrélation pour la vitesse verticale au centre : $U_c = 2,398 X^{-0,5}$. Cette relation est uniquement valable pour le régime établi, c'est-à-dire pour les grandes valeurs de X . La *figure 3* permet de constater que nos résultats tendent bien vers ce résultat. Elle permet enfin de préciser que la zone du jet établi commence environ à partir de $X = 100$, pour toutes les conditions d'émission considérées.

Sur la *figure 3*, on remarque aussi que la longueur du noyau potentiel pour les valeurs de K_0 et de E_0 considérées est de l'ordre de 1, alors qu'expérimentalement elle est de l'ordre de 6 pour Rajaratman [19], de 5,5 pour Tollmien [20] et de 4,2 pour Goertler [20].

Cette dispersion des résultats nous a incités à examiner l'effet du niveau initial de turbulence sur la longueur du noyau potentiel (*figure 4*). Elle montre qu'une diminution de l'énergie cinétique turbulente K_0 ou une augmentation de son taux de dissipation E_0 a pour effet d'augmenter la longueur du noyau potentiel, qui peut atteindre une valeur de l'ordre de 10.

Le caractère tridimensionnel de la fluctuation fait que les valeurs de K_0 et de E_0 sont difficilement mesurables

en laboratoire [2]. Ces valeurs dépendent surtout des conditions expérimentales, ce qui explique la dispersion des résultats observés dans la littérature.

Les résultats présentés dans la suite de ce travail sont obtenus pour $K_0 = 0,02$ et $E_0 = 0,0016$.

Sur la *figure 5*, on a représenté l'évolution de la valeur limite de la composante transversale de la vitesse V_L (pour $Y \rightarrow \infty$) : on remarque que cette dernière diminue avec la distance X pour les deux cas de profils initiaux adoptés, ce qui révèle que, plus on s'éloigne de la buse, moins l'entraînement d'air ambiant influence l'écoulement.

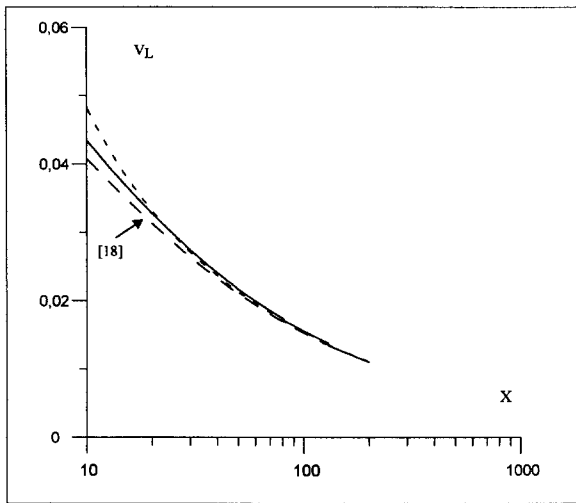


Figure 5. Évolution de la vitesse limite V_L .
Figure 5. Evolution of the limit transverse velocity V_L .

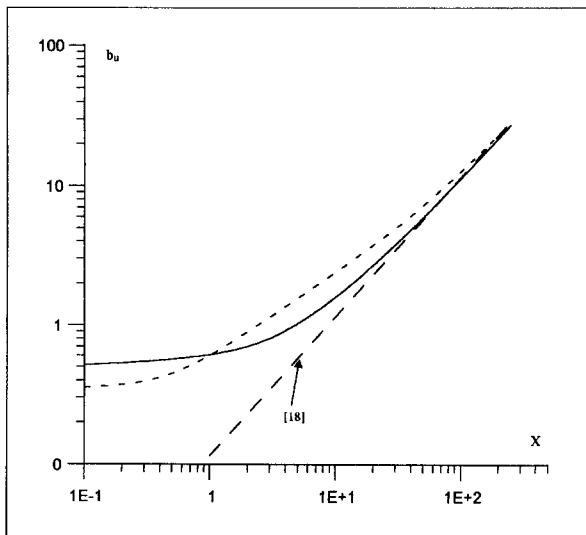


Figure 6. Évolution de la demi-épaisseur dynamique du jet.
Figure 6. Evolution of dynamical half-width.

La même figure permet de constater une bonne corrélation entre nos résultats et la relation $V_L = -\frac{U_c}{15,34}$, proposée par Schlichting [18] dans la région du régime établi. Celle-ci donne une estimation de la vitesse transversale limite pour les grandes valeurs de X .

Sur la *figure 6*, nous avons représenté la demi-épaisseur dynamique du jet b_u qui est l'ordonnée pour laquelle la vitesse $U = \frac{U_c}{2}$: cette grandeur demeure constante au voisinage de la buse, pour augmenter ensuite de façon pratiquement linéaire. Cette grandeur a été comparée à la corrélation donnée par Schlichting [18] dans la région du régime établi : $b_u = 0,115 X$; un accord satisfaisant est constaté à partir d'une hauteur X inférieur à 100.

Sur la *figure 7*, on a représenté l'évolution longitudinale de l'énergie cinétique turbulente au centre normalisée ($\frac{k_c}{u_c^2}$) : cette grandeur atteint une valeur asymptotique loin de la buse. Pour les deux conditions initiales adoptées, elle est de 0,053. Pour $X = 3$, donc au voisinage de la buse, ($\frac{k_c}{u_c^2}$) présente un maximum qui est beaucoup plus important pour le profil initial parabolique (courbe en pointillés) que pour le profil uniforme (courbe en trait plein).

Enfin, la valeur maximale de la contrainte de Reynolds ($\frac{u' v'}{u_c^2}$)_m a été déterminée pour chaque profil adopté à la section de sortie de la buse et on obtient la même valeur (0,018) pour les deux cas de conditions à la sortie de la buse. Cette valeur est proche de celle mesurée par Heskestad [21], qui de l'ordre de 0,02.

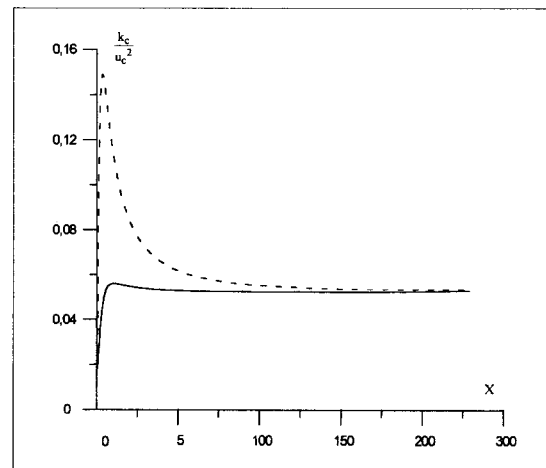


Figure 7. Évolution de l'énergie cinétique turbulente normalisée au centre.
Figure 7. Evolution of the centerline kinetic energy of the turbulence.

3.2. Jet plan libre non isotherme en régime turbulent

Pour l'étude du jet plan vertical non isotherme, on considère deux cas :

- le jet plan libre en régime de convection forcée pour $Fr = \infty$;
- le jet plan libre en régime de convection mixte pour $Fr = 20$ et pour $\gamma = 1$ (jet chaud ascendant ou froid descendant).

3.2.1. Jet plan libre en régime de convection forcée

Dans cette partie, nous nous intéressons à de l'influence des conditions d'émission sur un écoulement de type jet non isotherme en régime de convection forcée $Fr = \infty$. La validation du modèle numérique est effectuée en comparant les résultats obtenus par notre modèle avec ceux proposés dans la littérature [1-3, 14, 15].

L'évolution de la vitesse verticale au centre U_c est semblable à celle observée dans le cas isotherme. Ceci était attendu, puisque ce sont les forces d'inertie qui régissent le mouvement du fluide en convection forcée. La corrélation proposée par [14] : $U_c = 2,4 X^{-0,5}$ est identique à celle obtenue pour le jet isotherme $U_c = 2,398 X^{-0,5}$.

On constate sur la *figure 8* que la température au centre reste constante dans la zone du jet : dans celle-ci, les résultats sont très différents pour les deux conditions d'émission adoptées. Plus loin, lorsque le régime s'établit (pour de grandes valeurs de X), les résultats obtenus pour un profil initial uniforme coïncident avec ceux obtenus pour un profil initial parabolique. On a également comparé nos résultats à ceux proposés par [14] : $\theta_c = 2,14 X^{-0,5}$, ainsi que [1] et [3] : $\theta_c = 2,27 X^{-0,5}$. Un accord satisfaisant est observé à partir d'une distance X voisine de 80.

L'évolution de la demi-épaisseur dynamique du jet (lieu pour lequel $\Delta T = \Delta T_c/2$) est dans ce cas similaire à celle du jet isotherme (*figures 9*). On remarque que cette grandeur demeure constante au voisinage de la buse, puis évolue linéairement loin de la buse. Ceci signifie qu'au voisinage de la buse les forces d'inertie sont très importantes et que, par conséquent, l'expansion du jet est faible (zone d'établissement). Puis elles diminuent, ce qui génère une expansion plus importante (zone de jet établi).

On relève que pour des valeurs élevées de X , et plus précisément dans la région du régime établi, les résultats obtenus pour les différents profils initiaux adoptés sont comparables à la corrélation établie par [14] : $b_t = 0,54 X$.

L'évolution longitudinale de l'énergie cinétique turbulente normalisée au centre est similaire à celle observée pour le jet isotherme. Le *tableau I* montre un

bon accord entre la valeur asymptotique de $\left(\frac{k_c}{u_c}\right)$ trouvée dans ce travail et les références [14, 15].

Nous avons aussi déterminé la valeur maximale de la contrainte de Reynolds $\left(\frac{u'v'}{u_c^2}\right)_m$ et la valeur maximale du flux de chaleur lié à la fluctuation de la température $\left[\frac{v'T'}{u_c \Delta T_c}\right]_m$. Ces valeurs sont présentées et comparées à celles issues de [14] et [15] dans le *tableau I*.

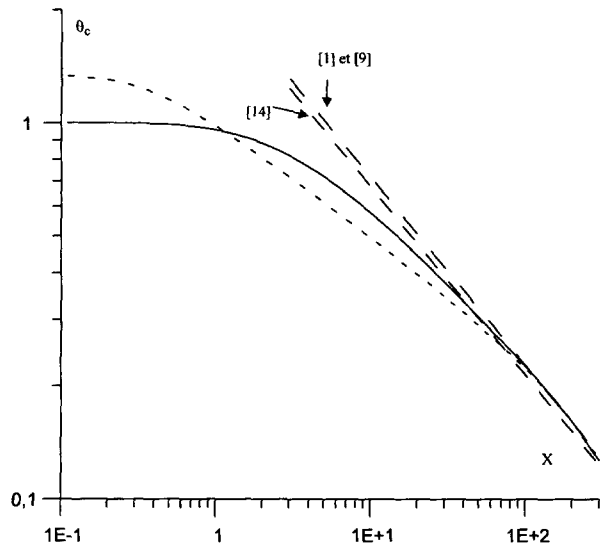


Figure 8. Évolution de la température au centre θ_c .
Figure 8. Evolution of the centerline temperature θ_c .

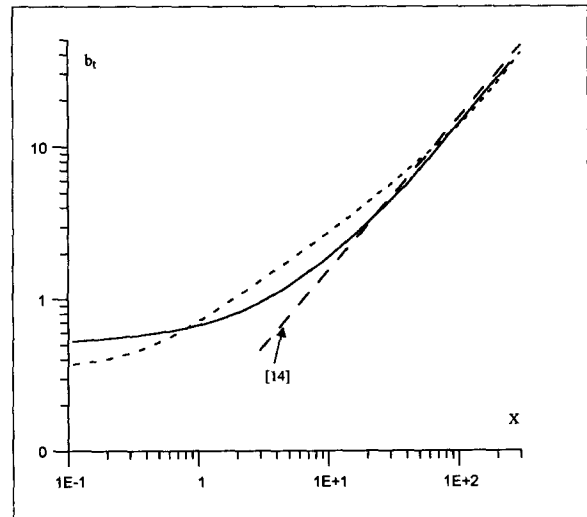


Figure 9. Évolution de la demi-épaisseur thermique du jet.
Figure 9. Evolution of thermal half-width.

TABLEAU I / TABLE I Comparaison des grandeurs fluctuantes calculées et données dans la littérature. Comparison between published experimental and calculated magnitude of variation.			
Références	$\frac{k_c}{u_c^2}$	$\left(\frac{w' v'}{\bar{u}_c^2}\right)_m$	$\left(\frac{v' T'}{\bar{u}_c \Delta T_c}\right)_m$
[14]	0,067	0,023	0,029
Ce travail / This work	0,062	0,0215	0,03
[15]	0,059	0,021	0,028

Les valeurs présentées pour ces grandeurs sont les mêmes pour les deux conditions d'écoulement à la sortie de la buse.

3.2.2. Jet plan libre en régime de convection mixte

Dans l'étude de l'écoulement en régime de convection forcée, nous avons constaté que l'influence des conditions d'émission était importante seulement au voisinage de la buse. Pour étudier cet aspect dans le cas d'un écoulement en régime de convection mixte ($Fr = 20$), on adopte la même procédure que celle utilisée pour le cas précédent. Nos résultats sont présentés pour le cas de l'air ($Pr = 0,71$) et pour $\gamma = 1$ (jet chaud ascendant ou froid descendant).

Sur la *figure 10*, on présente la vitesse verticale au centre U_c . On voit que pour un profil initial uniforme (courbe en trait plein) cette grandeur diminue en fonction de X pour atteindre un palier qui correspond à $U_c = 0,81$, dans la région du régime établi, cette valeur étant proche de celle proposée par [14] ($U_c = 0,79$).

Ceci s'explique par le fait que, près de la buse, les forces d'inertie sont plus importantes que les forces de flottabilité et, par conséquent, la vitesse au centre diminue. Les forces d'inertie diminuent ensuite légèrement et les forces de flottabilité deviennent de même ordre de grandeur que ces dernières (zone de transition). Enfin, dans la troisième zone, l'évolution de la vitesse au centre est identique, quel que soit le profil de vitesse initial : dans cette région, les forces de flottabilité deviennent plus importantes que les forces d'inertie et les conditions initiales n'ont plus d'influence sur l'écoulement dans cette région : c'est la zone de panache. Cette figure permet aussi de montrer que cette région commence pour une valeur de X proche de 40.

La *figure 11* révèle, bien évidemment, que la température au centre diminue avec la distance X et qu'il y a concordance des résultats pour des conditions d'émission différentes à la sortie de la buse à partir de $X = 40$ environ. La comparaison de cette grandeur dans la région du régime établi avec les relations proposées par Martynenko et al. [14] : $\theta_c = 7,31 X^{-1}$ et Ramaprian

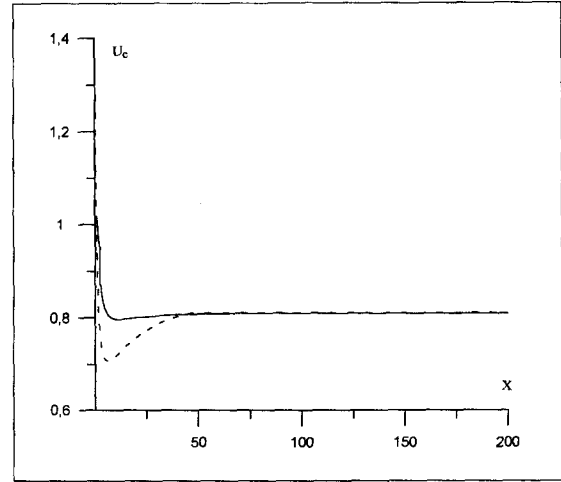


Figure 10. Évolution de la vitesse verticale au centre U_c .
Figure 10. Evolution of the centerline velocity U_c .

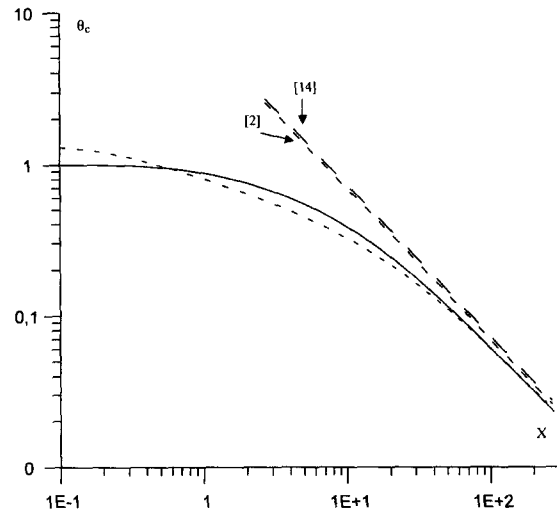


Figure 11. Évolution de la température au centre θ_c .
Figure 11. Evolution of the centerline temperature θ_c .

et Chadrachara [2] : $\theta_c = 6,94 X^{-1}$ révèle un accord satisfaisant.

En se référant aux *figures 12 et 13*, qui représentent les évolutions des demi-épaisseurs dynamique et thermique du jet, ces grandeurs demeurent constantes au voisinage immédiat de la buse, puis elles évoluent linéairement, loin de la buse, pour les deux cas. De plus, elles possèdent la même allure pour des valeurs de X supérieures à 40. Martynenko et al. [14] ont proposé des relations reliant ces grandeurs à la distance X : $b_u = 0,106 X$ et $b_t = 0,13 X$, valables dans la zone du régime établi. Ces mêmes figures permettent de constater que nos résultats sont proches de ces corrélations.

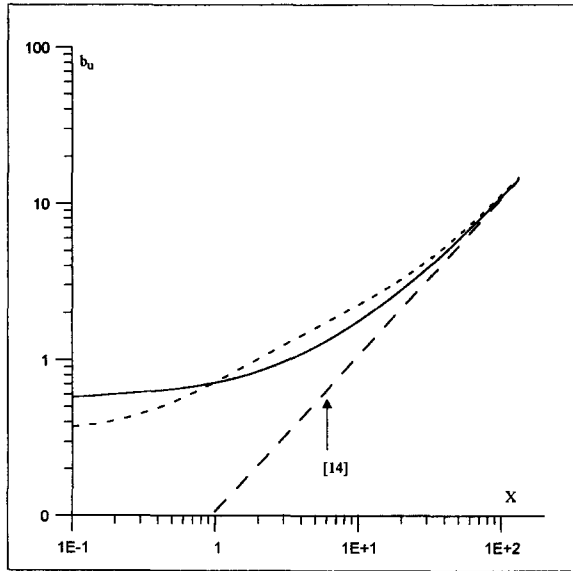


Figure 12. Évolution de la demi-épaisseur dynamique du jet.
Figure 12. Evolution of dynamical half-width.

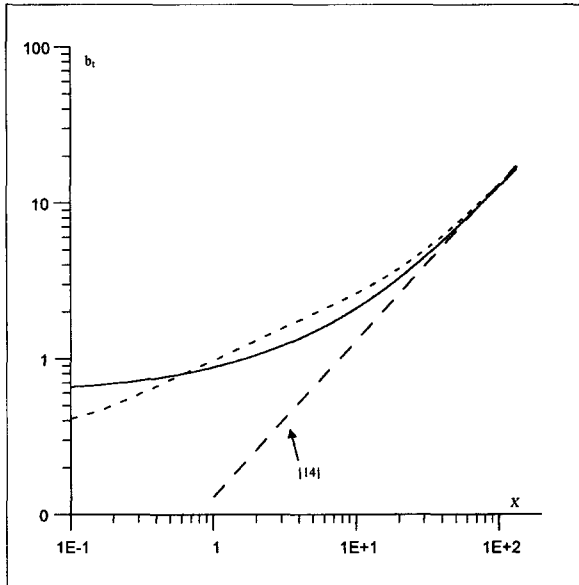


Figure 13. Évolution de la demi-épaisseur thermique du jet.
Figure 13. Evolution of thermal half-width.

Sur la figure 14, nous avons représenté l'évolution longitudinale de l'énergie cinétique turbulente au centre normalisée ($\frac{k_c}{\bar{u}_c^2}$). Cette grandeur présente un maximum au voisinage de la buse (pour $X = 2$), plus important pour le profil initial parabolique que pour le profil uniforme, puis décroît pour atteindre une valeur

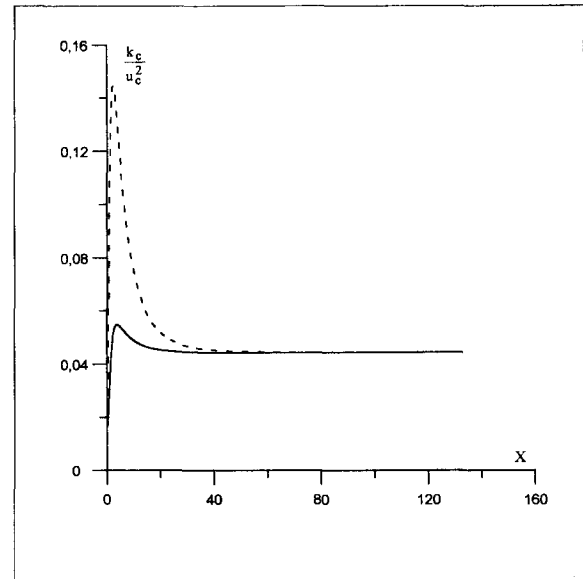


Figure 14. Évolution de l'énergie cinétique turbulente normalisée au centre.

Figure 14. Evolution of the centerline kinetic energy of the turbulence.

asymptotique. Signalons que pour des grandes valeurs de X , la valeur asymptotique atteinte par un écoulement à profil initial parabolique coïncide avec celle atteinte par un écoulement à profil initial uniforme. Nous avons aussi comparé la valeur asymptotique de $\left(\frac{k_c}{\bar{u}_c^2}\right)$ prédite par ce travail, ainsi que la valeur maximale de la contrainte de Reynolds $\left(\frac{u' v'}{\bar{u}_c^2}\right)_m$ et la valeur maximale du flux de chaleur lié à la fluctuation de la température $\left[\frac{v' T'}{\bar{u}_c \Delta T_c}\right]_m$, à celles proposées par [14] dans le tableau II : l'accord est satisfaisant.

Notons que les valeurs obtenues sont valables pour les deux cas de conditions d'émission en sortie de buse, alors que les résultats de la référence [14] ne concernent que le cas du profil initial uniforme.

TABLEAU II / TABLE II Comparaisons des valeurs des fluctuations avec celles de la littérature. Comparison between published values of variation.			
Références	$\frac{k_c}{\bar{u}_c^2}$	$\left(\frac{u' v'}{\bar{u}_c^2}\right)_m$	$\left(\frac{v' T'}{u_c \Delta T_c}\right)_m$
[14]	0,046	0,030	0,046
Ce travail / This work	0,044	0,029	0,044

4. CONCLUSION

Dans ce travail, on a étudié l'influence des conditions d'émission à la sortie de la buse sur un écoulement de type jet plan vertical isotherme et non isotherme en régime turbulent, en effectuant la résolution directe des équations par une méthode numérique aux différences finies.

La comparaison entre les résultats de nos calculs et ceux d'autres auteurs conduit à un accord satisfaisant pour des valeurs élevées de la coordonnée axiale.

Pour un écoulement de type jet isotherme, nous avons montré que la région du régime établi commençait au voisinage de $X = 100$ et que les conditions d'émission n'avaient alors plus d'influence sur l'écoulement. En revanche, l'influence des conditions initiales à la sortie de la buse reste importante dans les régions de jet et de transition.

On a aussi montré qu'un écoulement non isotherme en régime de convection forcée a pratiquement le même comportement qu'un écoulement isotherme. Pour la convection mixte, dans la région de panache, où les forces de flottabilité sont prépondérantes, le choix des conditions initiales n'influe plus sur l'écoulement et les résultats obtenus pour le cas d'un profil initial uniforme coïncident avec ceux obtenus pour le cas d'un profil parabolique. Enfin, d'après nos résultats, la distance à la buse de cette région de panache commence vers $X = 40$, valeur voisine de celle proposée par [14].

Concernant ce dernier point, nous pouvons enfin comparer l'évolution générale de l'écoulement en régime turbulent par rapport à un jet laminaire [16]. On constate que la région dans laquelle il n'est plus possible de déceler des différences dues aux conditions d'émission se situe beaucoup plus loin de la buse en régime laminaire ($X \approx 300$) qu'en régime turbulent ($X \approx 100$ pour le cas isotherme et $X \approx 40$ pour le cas de la convection mixte avec $Fr = 20$). Ceci est normal dans la mesure où la turbulence va rapidement «gommer» les différences induites par le profil initial. Parallèlement, alors que la longueur du noyau potentiel augmente linéairement avec le nombre de Reynolds en régime laminaire, sa longueur dépend fortement du niveau de turbulence et atteint une valeur maximale de l'ordre de 10 en régime turbulent.

RÉFÉRENCES

- [1] Ramaprian B.R., Chandrasekhara M.S., LDA measurements in plane turbulent jets, *J. Fluid Eng.-T. ASME* 107 (1985) 264-271.
- [2] Ramaprian B.R., Chandrasekhara M.S., Measurements in vertical plane turbulent plumes, *Trans. J. Fluid Eng.-T. ASME* 111 (1989) 69-77.
- [3] Bradbury L.J.S., The structure of a self-preserving turbulent plane jet, *J. Fluid Mech.* 23 (1965) 31-61.
- [4] Hassain M.S., Rodi W., A turbulence model for buoyant flows and its application to vertical buoyant jet, in : *Turbulent jets and plumes*, Pergamon Press, 1982, pp. 121-178.
- [5] Hegge Zijnen B.G., Measurements of the velocity distribution of heat and matter in a plane turbulent jet of air, *Appl. Sci. Res.* 7 (1958) 277-292.
- [6] SHIH-I PAI, Fluid Dynamics of jets, thèse, D. Van Nostrand, Inc., 1973.
- [7] Bruyatsky Y.V., Turbulent stratified jet flows, *Izd. Naukova Damka, Kiev*, 1986.
- [8] Martynenko O.G., Korovkin V.N., Sokovishin Y.A., The theory of buoyancy jets and wakes, *Izd. Nauka Teknika, Minska*, 1991.
- [9] Schiestel R., Modélisation et simulation des écoulements turbulents, Hermès, 1993.
- [10] Sanders J.P.H., Sarh B., Gökalp I., Variable density effects in axisymmetric isothermal turbulent jets: a comparison between a first- and a second-order turbulence model, *Int. J. Heat Mass Tran.* 40 (4) (1997) 823-842.
- [11] Sanders H., Sarh B., Gökalp I., Étude numérique des jets turbulents à température élevée, *Rev. Gén. Therm.* 35 (1996) 232-242.
- [12] Prokhodko V.P., Numerical calculation of turbulent plane and axisymmetric vertical buoyant jets, *Inzh-fiz. Zh.* 47 (1984) 493.
- [13] Sini J.F., Dekeyser I., Numerical prediction of turbulent plane jets and forced plumes by use of the $k-\varepsilon$ model of turbulence, *Int. J. Heat Mass Tran.* 30 (1987) 1787-1801.
- [14] Martynenko O.G., Korovkin V.N., Numerical investigation of turbulent and plane buoyant jets, *Int. J. Heat Mass Tran.* 35 (3) (1992) 635-639.
- [15] Martynenko O.G., Korovkin V.N., Concerning the calculation of turbulent jets on the basis of the $k-\varepsilon$ model of turbulence, *Int. J. Heat Mass Tran.* 35 (12) (1992) 3389-3395.
- [16] Mhiri H., El Golli S., Le Palec G., Bournot P., Influence des conditions d'émission sur un écoulement de type jet plan laminaire ou chauffé, *Rev. Gén. Therm.* 10 (1998) 898-910.
- [17] Abramovich G.N., The theory of turbulent jets, MIT Press, Massachusetts, 1963.
- [18] Schlichting H., Boundary layer theory, 7th ed., Mc Graw Hill, 1979.
- [19] Rajaratman N., Turbulent jets, Elsevier, 1976.
- [20] Fonade C., Cours. Étude des jets. Application à la fluidique, Institut national polytechnique de Toulouse, 1967.
- [21] Heskestad G., Hot-wire measurements in a plane turbulent jet, *J. Appl. Mech.* (12) (1965) 721-734.

Abridged English Version

Numerical study of inflow conditions on a turbulent isothermal or heated plane jet

Because the jet type of flow plays an important role in different applications, such as in the industrial sector, the theory of turbulent jets and its application has attracted the attention of the specialists of various fields of research like meteorology, oceanology, etc.

Most of the works already published about turbulent jets are experimental in origin. Some recent works [14, 15] suggested numerical solutions for this problem by using mathematical variables based upon the heat conservation for the mixed convection case or momentum conservation for the forced convection case. This approach limits the choice of boundary conditions to uniform profiles at the exit of the nozzle, but these conditions are important in the jet region.

So, in this work, we intend to solve numerically the equations governing the isotherm or buoyant plane vertical turbulent jet. The advantage of this direct solution is that we can consider several types of velocity profiles at the exit of the nozzle and determine their effects on the jet.

We consider a vertical turbulent jet flowing from a plane nozzle of width w , with a velocity u_0 , initial temperature T_0 and density ρ_0 . Within the framework of the turbulent boundary layer and Boussinesq approximation we deduce the equations governing the problem. The model used for closing this problem is the model $k-\varepsilon$ of turbulence.

The system of equations and boundary conditions are solved with a finite difference scheme using an offsetted grid. Equations of momentum and energy are discretized at node $(i + 1/2, j)$, while the continuity equation is discretised at node $(i + 1/2, j + 1/2)$.

A comparison made between our result and the theoretical and experimental data of other authors leads to a satisfactory agreement. In order to study the effect of the exit nozzle conditions on the jet, we consider two types of conditions at the exit of the nozzle : uniform profile and parabolic profile.

For the isotherm jet, we show that the region of established regime begins approximately at the value of $X = 100$; in this region the inflow conditions do not significantly affect the flow parameters. However, the initial conditions at the exit of the nozzle have an important influence in the regions of jet and transition.

For the mixed convection case, in the region of plume where the buoyancy forces are important, the choice of the initial conditions no longer influences the flow, and the shapes of velocity and temperature profiles at the exit nozzle exit do not affect the flow parameter.

Finally, we stated that the region where the inflow conditions no longer affect the flow is located greatly farther from the nozzle in laminar regime ($X \approx 300$) than in turbulent regime ($X \approx 100$ for the isotherm case and $X \approx 40$ for the the mixed convection case with $Fr = 20$).

